

Dualidade onda-partícula - O interferômetro de Mach-Zehnder

M. Betz, I. de Lima e G. Mussatto

Informações Complementares

Este material contém informações complementares sobre os temas listados a seguir:

- detalhes históricos e técnicos sobre o interferômetro de Mach-Zehnder;
- interpretações da Mecânica Quântica;
- descrição teórica e produção no laboratório de estados monofotônicos.

I. Desenvolvimento e funcionamento do interferômetro de Mach-Zehnder

A. História

O interferômetro conhecido como interferômetro de Mach-Zehnder foi inicialmente desenvolvido independentemente em dois laboratórios. *Ludwig Zehnder* foi um físico suíço que viveu de 1854 a 1949 e era professor na Universidade de Friburgo. O trabalho no qual ele apresentou o interferômetro é

Ein neuer Interferenzrefraktor por *L. Zehnder*, *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, vol. 11, p. 275, 1891.

Ernst Mach, célebre físico e filósofo austriaco, viveu de 1838 a 1916 e, na época em que trabalhava em Praga, desenvolveu o instrumento em colaboração com seu filho *Ludwig*. O trabalho foi publicado por este na mesma revista:

Über einen Interferenzrefraktor por *L. Mach*, *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, vol. 12, p. 89, 1892.

B. Descrição

O interferômetro é constituído de dois espelhos semi-refletores e de dois espelhos totalmente refletores. O feixe incidente é dividido em duas componentes pelo primeiro espelho semi-refletor. Estas componentes têm igual intensidade e propagam-se em direções perpendiculares. Após reflexão pelos espelhos refletores, elas reencontram-se no segundo espelho semi-refletor. Os braços paralelos do instrumento devem ser exatamente iguais. Na visualização, assim como na discussão do formalismo matemático subjacente, supomos que os feixes sempre incidem a 45° sobre os espelhos e consideramos detectores colocados na saída do aparato. Na verdade, é mais usual colocar uma tela e observar a figura de interferência formada sobre a mesma. Para tanto, é necessário que o ângulo de incidência dos feixes seja ligeiramente diferente de 45° .

No laboratório, os espelhos estão usualmente dispostos verticalmente sobre uma mesa. O feixe propaga-se horizontalmente.

Uma excelente simulação Java do interferômetro foi desenvolvida pela Universidade de Munique. Para uma versão com controles em português e outras modificações, veja [este endereço](#). Trata-se de uma simulação "realista" do dispositivo experimental, em contraste com a visualização conceitual apresentada no presente recurso.

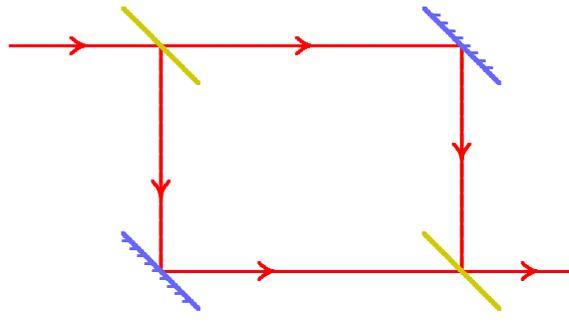


Figura 1: Esquema básico do interferômetro de Mach-Zehnder

C. Defasagens nas reflexões

O que determina fundamentalmente o funcionamento do interferômetro é a diferença de fase entre componentes do feixe quando interferem. Além de poder ser afetada pela presença de um material transparente no caminho de uma componente do feixe, esta diferença depende das defasagens introduzidas pelas reflexões.

A defasagem produzida por um espelho refletor depende do tipo de material utilizado para produzir a reflexão. Há espelhos cuja camada refletora é feita de um material dielétrico. Neste caso, se o índice de refração desta camada for superior ao índice do meio no qual o feixe se propaga, a reflexão introduz uma defasagem por π . Já se o índice de refração da camada for inferior ao do meio, não há defasagem. Existem também espelhos cuja camada refletora é metálica e portanto condutora. Neste caso, a defasagem depende do metal utilizado.

No interferômetro de Mach-Zehnder, cada componente do feixe sofre necessariamente uma, e apenas uma, reflexão por um espelho completamente refletor. Por esta razão, a defasagem introduzida por tal reflexão acaba sendo irrelevante. Por mera conveniência, supomos no desenvolvimento do formalismo e nos comentários que acompanham as animações, que ela é igual à defasagem devida à reflexão pelos espelhos semi-refletores, para a qual adotamos o valor $\pi/2$, por razões discutidas a seguir.

No caso de um espelho semi-refletor, as defasagens introduzidas nas componentes refletida e transmitida também dependem dos detalhes da construção do espelho. Recomendamos a leitura do breve artigo

“How does a Mach-Zehnder interferometer work?”, por K. P. Zetie, S. F. Adams e R. M. Tocknell, *Physics Education* 35, p. 46 (2000).

Além de uma discussão crítica, estes autores apresentam um cálculo da diferença de fase entre as duas componentes do feixe baseada no seguinte modelo de um espelho semi-refletor: uma lâmina de material transparente com uma das suas faces coberta de um material dielétrico de índice de refração intermediário entre o do material transparente e o do ar. Concluem que haverá interferência completamente construtiva na saída do aparato na direção da tela (veja a figura acima) e completamente destrutiva na direção perpendicular.

Um espelho semi-refletor pode ser considerado como um caso particular de “divisor de feixe” (beam splitter em inglês). Uma discussão teórica geral das defasagens introduzidas por tal dispositivo, baseada unicamente na suposição de ausência de atenuação ou seja, na conservação do fluxo total de radiação, está apresentada no artigo

“General properties of lossless beam splitters in interferometry”, por A. Zeilinger, *American Journal of Physics* 49, p. 882 (1981).

Este autor mostra que, se denotarmos por δ_E a diferença de fase entre as componentes refletida e transmitida para uma onda que incide sobre o divisor vinda da esquerda, e por δ_D a quantidade análoga para uma onda vinda da direita, vale a relação

$$\delta_E + \delta_D = \pi .$$

No caso dos espelhos considerados pelos autores citados anteriormente, supondo que o material dielétrico encontra-se sobre a face esquerda, temos

$$\delta_E = \pi - \delta_T \text{ e } \delta_D = \delta_T ,$$

onde δ_T é a defasagem produzida pela travessia (a 45°) da lâmina de material transparente. Esta defasagem depende da espessura da lâmina e do índice de refração do material.



Figura 2: Espelho semi-refletor assimétrico.

Obviamente, tal espelho semi-refletor é em geral assimétrico. Um espelho simétrico seria tal que

$$\delta_E = \delta_D = \pi/2 ,$$

o que pode ser obtido escolhendo a espessura da lâmina tal que $\delta_T = \pi/2$. O formalismo matemático que acompanha este material está baseado nesta última suposição.

Vale enfatizar que no interferômetro de Mach-Zehnder, o número de reflexões por espelhos semi-refletores irá depender do caminho seguido, podendo ser nenhuma, uma, ou duas, como é facilmente verificado. Assim, é fundamental levar em conta as defasagens devidas às reflexões por estes espelhos. Porém, o resultado final obtido com a nossa suposição de espelhos simétricos é idêntico àquele obtido pelos autores citados acima com espelhos assimétricos.

II. Interpretações da Mecânica Quântica

A. Papel das interpretações

Pode-se definir a interpretação de uma teoria física como um conjunto de regras que relacionam o seu formalismo com os fenômenos observados. Já no início da física quântica, notou-se que os fenômenos relevantes - cliques em detectores, cintilações sobre uma tela, etc - não eram individualmente previsíveis. Era apenas possível fazer previsões a respeito das distribuições estatísticas dos resultados. Como do outro lado a função de onda era um objeto matemático bastante abstrato, não associável à propagação de uma grandeza diretamente observável, não é surpreendente que tenha emergido uma interpretação que relacionava a função de onda com a probabilidade de observar a partícula associada. Foi **Max Born** que enunciou a regra precisa, igualando o módulo quadrado da função de onda com a probabilidade de encontrar num dado instante a partícula num detector de volume unitário localizado num dado ponto.

A evolução da função de onda, descrita pela equação de Schrödinger, é determinista no seguinte sentido: tendo conhecimento da função num dado instante, pode-se calculá-la num instante posterior

desde que nada perturbe o sistema no intervalo. Mas uma medida em geral introduz tal perturbação; o que então ocorre é o ponto de maior dificuldade na interpretação da mecânica quântica. Fala-se freqüentemente do Problema da Medida e é principalmente na discussão deste problema que surge uma controversia entre interpretações. Discutiremos brevemente a seguir as mais conhecidas.

Como referência geral, recomendamos a coletânea

“Quantum Theory and Measurement”, editada por J. A. Wheeler e W. H. Zurek, Princeton University Press, Princeton, EUA (1983),

à qual referiremo-nos utilizando a abreviação QTM. Ali estão reproduzidos, com alguns comentários, os principais trabalhos publicados sobre o tema, desde o trabalho de Born já citado e o debate entre Niels Bohr e Albert Einstein iniciado na década de 1930, até os avanços conseguidos na década de 1970. Deve-se enfatizar porém que houve progressos importantes desde a publicação desta obra.

O interferômetro de Mach-Zehnder é utilizado como ilustração para discutir as interpretações da mecânica quântica no livro

“Conceitos de Física Quântica”, por O. Pessoa Jr., Editora Livraria da Física, São Paulo, Brasil (2003),

e no artigo

“Interpretações da mecânica quântica em um interferômetro virtual de Mach-Zehnder”, por F. Ostermann e S. D. Prado, Revista Brasileira de Ensino de Física 27, p. 193 (2005),

onde faz-se uso da simulação do instrumento já referida acima.

B. Interpretação de Copenhague - Von Neumann

Devido à preponderante contribuição do dinamarquês Niels Bohr, a interpretação mais comumente utilizada, tanto no ensino como na prática da pesquisa, passou a ser conhecida como interpretação de Copenhague. Associa-se também frequentemente à mesma o nome do matemático americano John Von Neumann, responsável por sistematizar a sua formulação. Deve-se enfatizar que numerosos físicos importantes contribuíram para o desenvolvimento desta interpretação, muitas vezes diferindo nos detalhes.

Nesta interpretação, a realização de uma medida sobre um sistema quântico resulta numa modificação repentina do estado do sistema, de maneira que o estado do sistema após a medida depende do resultado que nela foi obtido. No caso de uma partícula, este processo é o colapso do pacote de onda, de maneira que após a medida da posição da partícula, a extensão do pacote passa a ser limitada à região na qual a partícula foi observada. As demais componentes do pacote “somem”. Esta é a interpretação que nos utilizamos nas visualizações.

Vale mencionar que o efeito da medida sobre um sistema pode em princípio ser estudado mais detalhadamente se o próprio detector for considerado como um sistema quântico interagindo com o sistema estudado (a partícula, por exemplo). É fácil demonstrar que a interação entre o sistema e o aparato resulta num estado final que é uma sobreposição coerente de produtos de estados do sistema correlacionados com estados do aparato. Assim, e levando-se em conta o fato de um detector ser geralmente um sistema “macroscópico” constituído de muitas partículas, pode-se separar dois aspectos que conjuntamente constituem o colapso:

- i. O apagamento das interferências entre componentes do pacote localizadas em regiões distintas do espaço. Este é um fenômeno físico que recebe o nome de descoerência.
- ii. A seleção de uma das componentes e o “sumiço” das demais em função do resultado obtido na medida. O nome objetivação é utilizado para este passo, que deve ser entendido não como

um fenômeno físico propriamente dito, e sim como uma maneira de inserir no formalismo a informação obtida na medida.

Uma exposição detalhada da teoria da observação na mecânica quântica foi apresentada no trabalho

“The Theory of Observation in Quantum Mechanics”, por F. London e E. Bauer, reproduzido na coletânea QTM, p. 217.

Sobre a descoerência e a sua importância para a emergência do comportamento clássico de um sistema na mecânica quântica, pode-se consultar

“Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory”, por E. Joos, H. D. Zee, C. Kiefer, D. Giulini, J. Kupsch e I.-O. Stamatescu, Springer, Berlin (2003).

C. Interpretação dos Muitos Universos

A principal objeção à interpretação de Copenhague é que ela separa o objeto quântico estudado do aparato utilizado para o estudo ou, no mínimo, do observador que realiza o estudo. Tal separação é impossível se o objeto é o universo como um todo. Não é portanto surpreendente que cosmólogos tenham-se dedicado à busca por alternativas.

A interpretação dos muitos universos, também conhecida como interpretação dos estados relativos, associa uma função de onda à totalidade do universo e dispensa o colapso. De acordo com ela, o que ocorre numa medida é apenas uma ramificação do universo total em várias componentes. Cada componente é um subuniverso no qual o resultado da medida tem um valor definido e o observador tem consciência daquele valor. Assim estaríamos convivendo, sem possibilidade de percebê-lo, com numerosas versões alternativas de nós mesmos e de tudo mais.

Sobre esta interpretação, pode-se consultar o artigo

“Relative State Formulation of Quantum Mechanics”, por H. Everett III, Review of Modern Physics 29, 454 (1957),

que está reproduzido na coletânea já citada [QTM, p. 315]. No livro

“The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics”, editado por B. S. DeWitt e N. Graham, Princeton University Press, Princeton, EUA (1973).

está reproduzida a tese de doutorado de Hugh Everett III, na qual ele propôs e desenvolveu a interpretação em questão.

D. Interpretação das Histórias Consistentes

Esta é a caçula das interpretações. Foi originalmente proposta no artigo

“Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics”, por R. B. Griffiths, Journal of Statistical Physics 36, p. 219 (1984),

e tem suscitado um interesse crescente. Histórias são sucessões de eventos ocorrendo num dado sistema. Elas são classificadas em famílias tais que histórias pertencentes à mesma família satisfazem condições de consistência que permitem a aplicação das regras usuais das probabilidades condicionais. Histórias pertencentes a famílias distintas não podem ser consideradas no mesmo raciocínio sem cair em contradição. Tal restrição é remanescente da noção de complementaridade já advogada por Niels Bohr.

Como a anterior, esta interpretação tem atraído a atenção dos cosmólogos, pois permite lidar com um sistema fechado, sem necessidade de um aparato ou observador separado. Ela também tem o mérito de explicitar as condições nas quais a interpretação de Copenhague, que presuppõe tal separação, é aplicável.

Para mais informação, recomenda-se o livro do próprio inventor,

“Consistent Quantum Theory”, por R. B. Griffiths, Cambridge University Press, Cambridge, RU (2002),

e o texto

“Understanding Quantum Mechanics”, por R. Omnès, Princeton University Press, Princeton EUA (1999).

E. Interpretação das Variáveis Escondidas

É sabido que o próprio *Einstein* desconfiava de que a mecânica quântica poderia ser apenas uma descrição incompleta de uma realidade subjacente. Buscaria-se então uma teoria mais completa que incluiria assim chamadas variáveis escondidas.

A questão da compatibilidade de uma teoria deste tipo com os fatos experimentais tem sido discutida por vários autores, em especial *John Bell*, que estabeleceu desigualdades entre probabilidades que deveriam ser necessariamente satisfeitas por uma teoria local de variáveis escondidas, mas não o são pela mecânica quântica. Nos anos oitenta, *Alain Aspect* realizou experimentos que comprovaram que estas desigualdades são violadas pela natureza, confirmando que a mesma está em conformidade com a teoria quântica.

A possibilidade de interpretar a mecânica quântica como uma teoria não local de variáveis escondidas já tinha sido apontada por alguns autores, em especial *David Bohm* e também *Louis de Broglie*. Na teoria de Bohm, a equação fundamental de evolução da mecânica quântica (a equação de Schrödinger) é reescrita na forma da segunda lei de Newton para partículas submetidas a duas forças: a força Newtoniana, derivada do potencial clássico usual, e uma “força” adicional, derivada de um potencial quântico construído a partir da função de onda. O potencial clássico é normalmente uma função suave e que se anula fora do alcance das interações. Já o potencial quântico é, em geral, uma função que oscila rapidamente e não se anula em regiões onde as partículas estão livres. São estas características que explicam a imprevisibilidade do movimento das partículas e o surgimento de padrões de interferência nas suas distribuições. Nesta interpretação, a evolução da função de onda influencia o movimento das partículas, mas o contrário não é verdade. Por isso, a detecção de uma partícula não resulta no colapso da função de onda.

O trabalho original

“A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of Hidden Variables, I and II”, por D. Bohm, *Physical Review* 85, p. 166 (1952)

está reproduzido na coletânea [QTM, p. 369]. Uma apresentação acessível, acompanhada de uma avaliação crítica das interpretações de um ponto de vista histórico e social pode ser encontrada em

“Quantum Mechanics: Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony”, por J. T. Cushing, *The University of Chicago Press, Chicago* EUA (1994).

III. Fótons

A. Quantização do campo eletromagnético

Teorias corpusculares da luz foram defendidas por vários grandes nomes da física - *Newton* inclusive - até que, no começo do século XIX, a observação de efeitos de difração e interferência impôs a visão ondulatória. A demonstração de que a teoria de *Maxwell* previa a existência de ondas propagando-se no vácuo com a velocidade adequada, e a produção de tais ondas por *Hertz*, completaram a unificação da ótica com a teoria eletromagnética.

Em 1900 porém, na tentativa de explicar a radiação de cavidade, *Planck* foi levado a introduzir um postulado de quantização da energia. No seu “ano maravilhoso” de 1905, *Einstein* deu fundamento a esta conjectura, resuscitando a visão corpuscular da luz. Para Einstein, qualquer radiação eletromagnética era composta de corpúsculos que passaram a ser denominados fótons. Como se sabe, baseando-se nesta hipótese, Einstein formulou uma teoria simples do efeito fotoelétrico, que foi confirmada na segunda década do século XX por experimentos realizados por *Millikan*.

Assim, a dualidade onda-partícula ficou estabelecida para a radiação antes de ser postulada e verificada para a matéria. Isto se deu apenas na terceira década do século XX, com o trabalho teórico fundador de *de Broglie* e as observações de *Davissón* e *Germer*. A partir daí, foi bastante rápido o desenvolvimento da teoria quântica.

Na nossa conceituação atual da física fundamental, todos os processos, tanto aqueles envolvendo partículas materiais - elétrons, prótons, quarks, etc - quanto aqueles envolvendo radiação - fótons - são descritos pela teoria quântica de campos. A mecânica quântica é apenas uma aproximação válida para fenômenos envolvendo partículas materiais a baixa energia. Fala-se frequentemente de primeira quantização em referência a esta aproximação e de segunda quantização para a teoria mais geral. É um fato curioso que a ideia básica da segunda quantização - a hipótese do fóton - tenha antecedido o ponto de partida da primeira quantização - a postulação das ondas de matéria. As conseqüências disto para a didática podem preocupar: um professor de física quântica a nível introdutório afirmará com convicção que “apenas com a hipótese do fóton conseguimos explicar as leis do efeito fotoelétrico”. Já um professor - possivelmente o mesmo - ministrando uma cadeira mais avançada poderá proveitosamente escolher o efeito fotoelétrico como ilustração da teoria de perturbação dependente do tempo. Ele então deduzirá as leis corretas apenas quantizando a posição do elétron, mas tratando o campo eletromagnético como clássico.

Para uma discussão crítica da comprovação experimental da quantização da radiação, veja

“The Quantum Challenge: Modern Research on the Foundations of Quantum Mechanics”, por *G. Greenstein* e *A. G. Zajonc*, Jones and Bartlett Publishers, Sudbury EUA (1997).

B. Função de onda do fóton?

Após utilizar o conceito de fóton para analisar de maneira simples alguns processos de interação da radiação com a matéria, tais como o efeito fotoelétrico e o efeito Compton, um primeiro curso de mecânica quântica tipicamente volta-se para a quantização da matéria, iniciando uma discussão detalhada da equação de Schrödinger. Fótons passam para o segundo plano, até um nível avançado de pós-graduação, onde pode ser empreendido o desenvolvimento sistemático da eletrodinâmica quântica.

Porém, considera-se geralmente que os conceitos básicos de física quântica – princípio de superposição, princípios de indeterminação, processo de medida – podem ser discutidos indiferentemente com fótons, elétrons, nêutrons, etc. Se resolvermos, como na presente contribuição, utilizar luz e fótons, esbarramos na necessidade de descrevê-los a nível de “primeira quantização”. Em especial, se quisermos discutir o que ocorre quando “um fóton de cada vez” passa pelo interferômetro, precisamos associar um pacote de onda a este fóton.

Uma consulta à literatura revela que a atribuição de uma função de onda ao fóton tem sido abordada por vários autores, sob ângulos um tanto diversos. No artigo clássico

“Localized States for Elementary Systems”, por *T. D. Newton* e *E. P. Wigner*, *Reviews of Modern Physics* 21, p. 400 (1949),

foram formuladas condições para que seja possível atribuir uma definida posição a uma partícula na mecânica quântica relativística. Foi demonstrado que estas condições não podem ser cumpridas

no caso de partículas de massa nula e spin unitário, como o fóton. A partir deste trabalho, foi considerada dúbia a possibilidade de associar ao fóton uma função de onda que permita o cálculo de uma densidade de probabilidade em posição.

Apesar disto, alguns autores têm procurado fundamentar na eletrodinâmica quântica construções teóricas de distribuições probabilísticas de fótons. No trabalho

“Photon Dynamics”, por R. J. Cook, Phys. Rev. A, 25, p. 2164 (1982),

uma formulação em termos de dois campos vetoriais, denominados campos de fótons, foi derivada. Dela pode ser deduzida uma quantidade que possui a interpretação de densidade “granular” no sentido de especificar a probabilidade de localização de um fóton, mas apenas em regiões de tamanho bem maior que o comprimento de onda e em intervalos temporais bem superiores ao período. Esta teoria foi reescrita numa forma semelhante à mecânica quântica usual, introduzindo uma função de onda de seis componentes, no artigo

“Quantum Mechanical Approach to a Free Photon”, por T. Inagaki, Phys. Rev. A, 49, p. 2839 (1994).

Uma abordagem alternativa é de realizar uma “primeira quantização” da eletrodinâmica clássica. Riemann já tinha proposto uma formulação desta teoria em termos de um campo complexo, cujas partes real e imaginária eram associadas aos campos elétrico e magnético, respectivamente. A interpretação deste campo como uma função de onda é bastante natural e está desenvolvida no trabalho

“The Photon Wave Function”, por T. Bialynicki-Birula, em Coherence and Quantum Optics VII, ed. por J. H. Eberly, L. Mandel e E. Wolf, Plenum, Nova Iorque, EUA (1996).

A densidade estatística deduzida deve ser interpretada como fornecendo a probabilidade de medir energia num certo lugar.

Contudo, e apesar das limitações e dificuldades de interpretação, é factível a associação de uma função de onda a um fóton. No complemento no qual desenvolvemos o formalismo matemático, utilizamos uma função simplificada, que descreve um pacote de onda propagando-se com a velocidade da luz, e que supomos admitir a interpretação probabilística de Born.

C. Estados monofotônicos

Na visualização e discussão dos aspectos corpusculares-quânticos, acompanha-se a passagem de cada fóton individual pelo interferômetro. Isto supõe que seja possível localizar com boa precisão, no espaço e no tempo, um único fóton. Embora seja comum a emissão de um único fóton por um átomo excitado, tal fóton não está localizado. A produção de um estado localizado de um único fóton requer um dispositivo experimental especificamente desenhado com este objetivo. Discutiremos brevemente o procedimento proposto – e testado com sucesso – no artigo

“Experimental Realization of a Localized One-Photon State”, por C. K. Hong e L. Mandel, Phys. Rev. Lett. 56, p. 58 (1986).

O fenômeno físico utilizado é conhecido como conversão paramétrica espontânea descendente, que ocorre quando um feixe da radiação coerente incide sobre um cristal que não possui simetria de inversão. Neste processo, um fóton do feixe incidente é “dividido” em dois fótons de maior comprimento de onda. A soma das energias destes dois fótons é igual à do fóton inicial, e as suas produções são essencialmente simultâneas (dentro de um intervalo inferior a 100 ps). As direções de propagação dos fótons produzidos são diferentes (e diferentes da direção do feixe incidente), mas

correlacionadas. Como exemplo de um cristal que produz este efeito, podemos citar o dihidrogênio fosfato de potássio (KH_2PO_4 , conhecido como KDP).

Para poder afirmar que um fóton está atravessando o interferômetro, e dizer onde ele se encontra num determinado instante, bastará portanto colocar um cristal com esta propriedade no caminho do feixe, e detectar um dos fótons produzidos com um detector de controle D_C . Saber-se-á então onde o outro fóton – que entrou no interferômetro – se encontra.

Com eletrônica adequada, será possível utilizar D_C para habilitar os demais detectores (por exemplo o detector D_1 colocado na saída, e/ou o detector D_3 colocado num dos braços, veja a figura acima) apenas no momento certo para observar o fóton desejado.

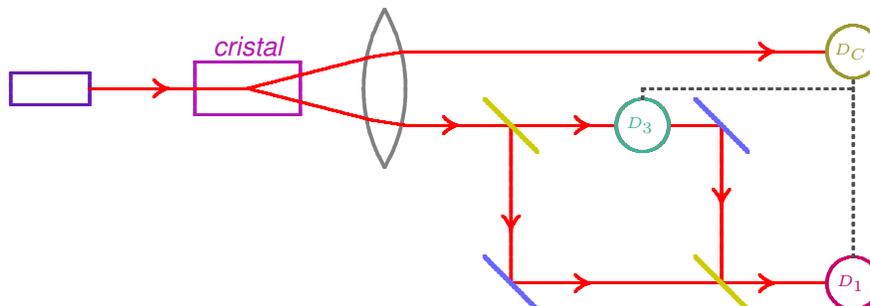


Figura 3: Utilização da conversão paramétrica descendente para monitorar a passagem de um fóton.